

გეომეტრია-ტოპოლოგიის სადოქტორო პროგრამაზე
მისაღები გამოცდის საკითხების ჩამონათვალი

1. სიმრავლის ცნება. სიმრავლეთა ინდექსირებული ოჯახი. სიმრავლეთა გაერთიანების, თანაკვეთის, სხვაობის და დეკარტული ნამრავლის ოპერაციები და მათ შორის დამოკიდებულებანი. სიმრავლეთა ასახვები. დალაგების მიმართებები სიმრავლეზე. ამორჩევის აქსიომა და მისი ნაირსახეობანი. კარდინალურ რიცხვთა აღგებრა.
2. ჯგუფები. ქვეჯგუფები. ფაქტორ-ჯგუფები. თავისუფალი ჯგუფები. კატეგორია. ქვეკატეგორია. სიმრავლეებისა და მათ შორის ასახვების, ჯგუფებისა და მათ შორის ჰომომორფიზმების კატეგორიები. ფუნქტორები. ობიექტების ჯამები და ნამრავლები კატეგორიაში. პირდაპირი და შებრუნებული სისტემები კატეგორიაში და მათი ზღვრები. ფუნქტორების გარდაქმნები.
3. კატეგორიის მონომორფული, ეპიმორფული და იზომორფული მორფიზმები და მათი დახასიათებანი. კატეგორიის ტერმინალური და ფინალური ობიექტები. კატეგორიის ნულ-ობიექტები და ნულ-მორფიზმები. მორფიზმის ბირთვი და ანასახი.
4. ტოპოლოგიის საგანი და მიზანი. ტოპოლოგიური სტრუქტურა. ღია და ჩაკეტილი სიმრავლები და მათი თვისებები. მიდამოთა სისტემა და მისი თვისებები. სივრცის წონა და მახასიათებელი. სიმრავლის ჩაკეტვა. შეხების წერტილი. ბირთვის და ჩაკეტვის ოპერატორები და მათი თვისებები. სიმრავლის საზღვარი. საზღვრის წერტილი, დაგროვების წერტილი, იზოლირებული წერტილი. სიმკვრივე.
5. უწყვეტი ასახვები და მათი კომპოზიცია. უწყვეტი ასახვის ექვივალენტური განმარტებები. ტოპოლოგიურ სივრცეთა და უწყვეტ ასახვათა კატეგორია. ჰომომორფიზმი. ჩაკეტილი და ღია ასახვები.
6. სიმრავლეზე ტოპოლოგიური სტრუქტურების აგება ქვესიმრავლეთა იმ სისტემებით, რომელთაც გააჩნიათ ტოპოლოგიური სივრცის ბაზისის თვისებები და ტოპოლოგიური სივრცის მიდამოთა სისტემის თვისებები. სიმრავლეზე ტოპოლოგიური სტრუქტურების აგება ქვესიმრავლეთა სისტემაზე განსაზღვრული იმ შესაბამისობით, რომელთაც გააჩნიათ ბირთვის ოპერატორისა და ჩაკეტვის ოპერატორის მახასიათებელი თვისებები. სიმრავლეზე ტოპოლოგიური სტრუქტურის შემოტანა სიმრავლიდან სივრცეებში ასახვათა სისტემის საშუალებით.
7. T_0 , T_1 , T_2 , რეგულარულ, სავსებით რეგულარულ, ნორმალურ, სრულყოფილად ნორმალურ სივრცეთა კლასები. აუცილებელი და საკმარისი პირობები იმისათვის, რომ სივრცე ეკუთვნოდეს აღნიშნულ კლასებს.
8. ქვესივრცე. ქვესივრცე და განცალების აქსიომები. მემკვიდრეობით ნორმალური სივრცე. ტოპოლოგიურ სივრცეთა ჯამი და განცალების აქსიომები. ფაქტორ-სივრცე და განცალების აქსიომები. ფაქტორ-ასახვა.
9. ტოპოლოგიურ სივრცეთა ნამრავლი. სივრცეთა ნამრავლის წონა. უწყვეტ ასახვათა დეკარტული და დიაგონალური ნამრავლები. სივრცეთა ნამრავლი და განცალების აქსიომები. უნივერსალური სივრცე. თეორემა დიაგონალური ასახვის შესახებ. ტიხონოვის კუბი .

10. კომპაქტური სივრცე. კომპაქტური სივრცის ჩაკეტილი ქვესიმრავლისა და უწყვეტი ანასახის კომპაქტურობა. სივრცის კომპაქტურობის დახასიათება ჩაკეტილ სიმრავლეთა ცენტრირებული სისტემის მეშვეობით. ჰაუსდორფის კომპაქტური სივრცის ნორმალურობა. ტიხონოვის თეორემა კომპაქტურ სივრცეთა ნამრავლის შესახებ. ევკლიდური სივრცის კომპაქტური ქვესივრცის დახასიათება.ლოკალურად კომპაქტური სივრცე. ჰაუსდორფის ლოკალურად კომპაქტური სივრცის სავსებით რეგულარობა .
11. პარაკომპაქტური სივრცე. ჰაუსდორფის პარაკომპაქტური სივრცე და ნორმალურობა. ერთეულის დანაწილება. პარაკომპაქტური სივრცის ჩაკეტილი ქვესივრცის პარაკომპაქტურობა. მეტრიკული სივრცე. მეტრიკით ინდუცირებული ტოპოლოგიური სტრუქტურა. მეტრიზებადი ტოპოლოგიური სივრცე. ექვივალენტური მეტრიკები. კრებადობა. მეტრიკული სივრცის სიმრავლის ჩაკეტვის დახასიათება კრებადობის ტერმინებში. მეტრიკით ინდუცირებული ტოპოლოგიური სტრუქტურების მქონე სივრცეთა უწყვეტი ასახვები. მეტრიზებადი სივრცეების სრულყოფილად ნორმალურობა.
12. ბმული სივრცეები. წრფივად ბმული სივრცეები. ბმულობის კომპონენტა.რეტრაქტები და ექსტენზორები. ტოპოლოგიური ჯგუფები და მათი თვისებები.
13. კომპაქტიფიკაცია. ტოპოლოგიური სივრცის კომპაქტიფიკაციის არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა. სივრცის ექვივალენტური კომპაქტიფიკაციები. დალაგების მიმართება სივრცის კომპაქტიფიკაციათა ოჯახზე. სტოუნ-ჩეხის კომპაქტიფიკაცია. ალექსანდროვის ერთწერტილიანი კომპაქტიფიკაცია.
14. ტოპოლოგიური სივრცის მცირე და დიდი ინდუქციური განზომილებები, ტოპოლოგიური სივრცის დაფარვითი განზომილება და მათი ძირითადი თვისებები.
15. ჰომოტოპიური ასახვები. უწყვეტი ასახვების ჰომოტოპიურობის კლასები და მათი კომპოზიცია. სივრცის ჰომოტოპიური ტიპი. ფუნდამენტური ჯგუფი.
16. დიფერენციალური ჯგუფები. ჯაჭვური კომპლექსების და ჯაჭვური ასახვების კატეგორია. ჰომოლოგიური ფუნქტორი. n-განზომილებიანი სიმპლექსი წრფივ ევკლიდურ სივრცეში. გეომეტრიული სიმპლიციალური კომპლექსი. სიმპლექსის საზღვარი. n-განზომილებიანი სიმპლიციალური ჰომოლოგიური ჯგუფი.
17. ელემენტარული გეომეტრიული ფიგურების ფუნდამენტური ჯგუფების და ჰომოლოგიური ჯგუფების გამოთვლა .
18. აბსტრაქტულ სიმპლიციალური კომპლექსი და მისი ტოპოლოგიზაცია. სიმპლიციალური ასახვები. სიმპლიციალური კომპლექსების უწყვეტი ასახვების აპროქსიმაცია სიმპლიციალური ასახვებით.
19. CW-კომპლექსები და მათი ძირითადი თვისებები. CW-კომპლექსების ჰომოტოპიური თვისებები.
20. რეტრაქტი. მიდამოებრივი რეტრაქტი. დეფორმაციული რეტრაქტი. მეტრიკულ სივრცეთა კლასის აბსოლუტური მიდამოებრივი რეტრაქტი. ბრაუერის თეორემა უძრავი წერტილის შესახებ. ექსტენზორი და მისი თვისებები.

21. დამოკიდებულება რეტრაქტებსა და ექსტენზორებს შორის. ჰომოტოპიის გავრცელების აქსიომა. ბორსუკის თეორემა.
22. დამოკიდებულება აბსოლუტურ მიდამოებრივ რეტრაქტების, სიმპლიციალური კოპლექსების და ჩჰ-კომპლექსებს ჰომოტოპიურ ტიპებს შორის.
23. \mathbf{K} -კატეგორიის შებრუნებული სისტემების და მათ შორის მორფიზმების $\text{inv-}\mathbf{K}$ კატეგორია. პროკატეგორია $\text{pro-}\mathbf{K}$. განზოგადებული შებრუნებული სისტემები. \mathbf{K} -კატეგორიის ობიექტის გაფართოება. მკვრივი ქვეკატეგორია. აბსტრაქტული შეიპური კატეგორია $\text{Sh}_{(K,L)}$. შეიპური მორფიზმები, როგორც ბუნებრივი გარდაქმნები. შეიპური ფუნქტორი $\mathbf{S}:\mathbf{K} \rightarrow \text{Sh}_{(K,L)}$.
24. ტოპოლოგიური სივრცის ჩეხის გაფართოება. მეტრიკული სივრცის ფოქსის გაფართოება. კომპაქტური ჰაუსდორფის სივრცის მარდეჟინ-სეგალის გაფართოება.
25. pro- ჯგუფები. pro- ჯგუფების მონომორფიზმები და ეპიმორფიზმები. pro- ჯგუფების ზუსტი მიმდევრობები. ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური pro- ჯგუფები.
26. შეიპური თეორიის ინვარიანტები. შეიპურად ინვარიანტული ფუნქტორები.
27. ჩეხის (კო)ჰომოლოგიური ჯგუფები. შეიპური ჯგუფები. უწყვეტობის თეორემები.